

# Table des matières

<b>Académie des sciences</b> .....	<b>V</b>
<b>Rapport Science et Technologie</b> .....	<b>V</b>
<b>Composition du Comité RST</b> .....	<b>VII</b>
<b>Avant-Propos</b> .....	<b>XI</b>
<b>Composition du groupe de travail</b> .....	<b>XV</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>

## Partie I – Physique

<b>Chapitre 1 – Mathématiques et physique</b> .....	<b>9</b>
<i>Roger Balian et Jean Zinn-Justin</i>	
1. Des relations étroites, multiformes et fécondes .....	11
1.1. Omniprésence des mathématiques en physique .....	11
1.1.1. Les mathématiques, langage de la physique .....	11
1.1.2. Les mathématiques, outil quotidien du théoricien .....	12
1.1.3. L'informatique .....	13
1.3. Vérité physique et vérité mathématique .....	18
1.4. Pourquoi mathématiques et physique sont-elles si proches ? ..	19
1.5. Une discipline charnière, la physique mathématique .....	21
1.6. Pluralité ou unité ? .....	23
2. Un exemple d'interactions foisonnantes : la théorie quantique des champs .....	27
2.1. Avatars de la théorie des champs .....	27
2.1.1. Champs classiques .....	27
2.1.2. Quantification des champs .....	28
2.1.3. Champs fluctuants .....	29
2.1.4. Unification par les mathématiques .....	30

**XX LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN**

2.2. Difficultés mathématiques de la théorie des interactions fondamentales .....	31
2.2.1. Les intégrales de chemin .....	31
2.2.2. La renormalisation .....	33
2.2.3. Progrès en physique mathématique.....	34
2.2.4. Les champs de jauge .....	35
2.3. L'éclairage apporté par la physique macroscopique .....	36
2.4. Aujourd'hui : une forte convergence des recherches .....	38
3. Renforcer les interactions .....	40
3.1. Le dialogue entre mathématiques et physique, enjeu majeur de l'enseignement secondaire .....	40
3.1.1. Mettre les spécificités en évidence.....	40
3.1.2. Faire dialoguer les enseignements .....	42
3.2. De la physique pour les futurs mathématiciens, et inversement .....	42
3.3. La place des probabilités .....	44
3.4. Physique, mathématique et calcul .....	46
3.4.1. Limitations du calcul .....	46
3.4.2. « Modélisation », un mot ambigu .....	47
3.5. Des contacts directs.....	48
3.6. Créer des interactions tripartites .....	49
3.6.1. Transferts de mathématiques depuis la physique vers d'autres sciences .....	49
3.6.2. Physique, mathématique et mécanique .....	50
3.6.3. Une véritable multidisciplinarité .....	51
<b>Chapitre 2 – Astronomie et mathématiques : des relations toujours aussi fertiles</b> .....	53
<i>Albert Bijaoui</i>	
1. Les mathématiques pour interpréter .....	55
1.1. La géométrie et l'Univers .....	55
1.2. Le chaos cosmique .....	56
1.3. L'émergence du non-linéaire .....	56
1.4. La modélisation et la simulation numériques .....	57

Table des matières **XXI**

2. Les mathématiques pour analyser .....	58
2.1. L'analyse statistique .....	58
2.2. Le traitement du signal .....	58
2.3. L'analyse des images .....	59
Conclusion .....	60

**Partie II – Chimie**

<b>Chapitre 3 – Mathématiques et sciences chimiques</b> .....	67
<i>Mireille Defranceschi, Denis Gratias, Hervé Toulhoat et Christian Vidal</i>	
1. Mathématiques et physicochimie quantique .....	70
1.1. La modélisation moléculaire .....	70
1.2. Les enjeux industriels de la modélisation moléculaire .....	75
2. Ordre géométrique dans les solides .....	81
2.1. Notions de symétries cristallines .....	85
2.2. Propagation de l'ordre géométrique .....	87
3. Mathématiques, rythmes et formes de la chimie .....	90
3.1. Chaos déterministe .....	90
3.2. Morphogenèse chimique .....	93
3.3. Objet fractal .....	96

**Partie III – Sciences de la vie**

<b>Chapitre 4 – Le rôle des mathématiques dans les sciences biologiques et médicales</b> .....	103
<i>Pierre Auger, Jacques Demongeot, Jim Murray et Michel Thellier</i>	
Introduction .....	105
1. Thématiques biomédicales et méthodes mathématiques concernées .....	107
1.1. Inventaire des thématiques et des méthodes utilisées .....	107
1.2. Un exemple d'approche théorique déjà largement utilisée en biologie : les systèmes dynamiques et la notion d'attracteur .....	110
1.3. Un exemple d'approche théorique encore peu utilisée en biologie, mais qui paraît susceptible d'applications très diverses : les formulations « discrètes » .....	113
2. Nature des équipes impliquées .....	115

**XXII LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN —**

3. Quelques réflexions conjoncturelles .....	116
4. Morphogenèse et acquisition des motifs .....	117
4.1. Détermination du sexe et survie chez les crocodiliens .....	117
4.2. Psoriasis et monoxyde d'azote.....	117
4.3. Cicatrisation des blessures .....	119
4.4. Traitement des cancers par une chimiothérapie en deux temps .....	120
4.5. Croissance des tumeurs du cerveau : amélioration des techniques d'imagerie et mise en évidence de la mauvaise adéquation des traitements classiques .....	121
5. Dynamique de processus biologiques, prise en compte du bruit, synchronisation.....	124
5.2. Capteurs biologiques et rôle éventuel de la « résonance stochastique ».....	125
5.3. Réseaux dynamiques.....	125
5.4. Synchronisation/désynchronisation .....	126
5.5. Rythmes endogènes .....	126
5.6. Existence de rythmes induits : l'exemple des oscillations électriques lithium-dépendantes de la peau de la grenouille.....	127
6. Modélisation du génome et de son expression : le rôle de la bio-informatique.....	128
6.1. Stockage de données génomiques .....	128
6.2. Localisation et structure des protéines.....	130
6.3. Fonction des protéines .....	130
6.4. Étude des séquences dans une double perspective de génomique comparative et évolutive.....	131
6.5. Étude de l'expression .....	131
6.6. Étude des interactions géniques .....	131
7. Utilisation des mathématiques en écologie et dans les sciences de l'environnement .....	133
7.1. Modèles « individu-centrés » .....	134
7.2. Systèmes dynamiques non linéaires .....	134
7.3. Réduction de la complexité .....	135
7.4. Champs de recherche en écologie et dans les sciences de l'environnement .....	137
Conclusion .....	138

<b>Chapitre 5 – Mathématiques, biologie et médecine</b> .....	143
<i>Jean-Pierre Françoise</i>	
1. Quelques influences de la biologie sur les mathématiques .....	145
1.1. L'influence fondamentale de la biologie sur les statistiques....	145
1.2. L'influence de la biologie sur les systèmes dynamiques .....	145
1.3. L'influence de la biologie sur les équations aux dérivées partielles et les équations fonctionnelles .....	146
2. Équations de réaction-diffusion .....	146
3. Imagerie biomédicale .....	149
3.1. Tomographie axiale et la RMN.....	149
3.2. Tomographie TEP .....	150
3.3. Détection des contours et imagerie biomédicale .....	150
3.4. Imagerie des <i>bioarrays</i> .....	150
3.5. Imagerie cérébrale .....	152
4. Mathématiques et physiologie .....	152
4.1. Réseaux de neurones .....	154
4.2. Système immunitaire .....	155
5. Impact des mathématiques sur l'écologie et sur la biologie de l'évolution .....	155
5.1. Épidémiologie et maladies contagieuses .....	156
5.2. Logique cinétique et réseaux de régulation génétique.....	156
5.3. Recommandations en terme de politique scientifique .....	157
 <b>Chapitre 6 – Modèles mathématiques en biologie     et en écologie</b> .....	 163
<i>Régis Ferrière</i>	
1. Irrésistibles mathématiques .....	165
2. Le triomphe des modèles non linéaires .....	166
3. Vers une autre biologie ? Vers de nouvelles mathématiques ? ....	168
4. Écologie mathématique .....	170
4.1. Coexistence des espèces, dans le temps et dans l'espace .....	170
4.2. Des interactions écologiques à l'origine des espèces .....	171
4.3. Vers de nouvelles mathématiques .....	172

**XXIV LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN —****Chapitre 7 – Les liens entre mathématiques et neurosciences ..175***Alain Berthoz*

Introduction .....	177
1. Première partie .....	179
1.1. Les équations de l'influx nerveux .....	180
1.2. Représentation par ondelettes et géométrie .....	180
1.3. Géométrie et dynamique des champs récepteurs .....	182
1.4. Réseaux de neurones .....	182
1.5. Géométrie de l'architecture fonctionnelle du cortex visuel (cas de V1).....	183
1.6. Réseaux de neurones, problèmes inverses et statistique .....	184
1.7. Analyse bayésienne .....	185
1.8. Traitement d'images et équations aux dérivées partielles (EDP) .....	185
1.9. Traitement d'image et modèles variationnels .....	186
1.10. Réseaux d'oscillateurs, binding et labeling hypothesis .....	187
1.11. Imagerie .....	188
2. Deuxième partie .....	188
2.1. D'Euclide à Poincaré et Einstein .....	189
2.2. Ontogenèse de la géométrie chez l'enfant .....	192
2.3. La perception des objets .....	194
La théorie des géons .....	195
2.4. La géométrie et le contrôle du geste et de la posture .....	197
2.5. L'espace du vivant et les neurosciences : en guise de conclusion pour cette partie .....	201
3. Troisième partie .....	204
3.1. Quelques éléments de prospective .....	204
3.2. Modèles logicosymboliques et algorithmiques. ....	206
3.3. Vers des modèles intégrés .....	208
3.4. Du savoir savant au savoir enseigné .....	209

**Partie IV – Mathématiques et informatique****Chapitre 8 – Mathématiques et informatique .....**215*Gérard Huet et Philippe Flajolet*

1. Contexte historique .....	217
1.1. Algorithmique .....	218
1.2. Logique.....	219

**Table des matières   XXV**

2. Algorithmique .....	220
2.1. Bases .....	220
2.2. Présent et futur .....	222
3. Logique et programmation .....	224
4. Quelques domaines-frontières .....	227
4.1. Mathématiques expérimentales .....	227
4.2. Calcul formel et mathématiques constructives .....	228
4.3. Mathématiques discrètes .....	229
4.4. Langages, mots, automates, circuits .....	231
4.5. Sémantique, preuves, vérification .....	233
4.6. Linguistique et sciences cognitives .....	234
4.7. Autres domaines d'interaction – Synthèse .....	235
Conclusion .....	236

**Partie V – Économie**

<b>Chapitre 9 – La modélisation mathématique en économie</b> .....	241
<i>Ivar Ekeland et Elyès Jouini</i>	
1. Le modèle microéconomique .....	243
2. Le modèle est-il vrai ? .....	247
3. Peut-on aller plus loin ? .....	250
4. Le passage à la macroéconomie .....	251
5. La théorie peut-elle conduire à des éléments opérationnels et quantifiables ? .....	255
6. En conclusion .....	255

**Partie VI – Mathématiques et société**

<b>Chapitre 10 – De nouveaux champs d'action pour les mathématiques dans la société</b> .....	263
<i>Jean-Pierre Bourguignon</i>	
1. Échelles, analyse et synthèse .....	265
2. Opposition entre recherche académique et développement par les ingénieurs .....	266
3. Situation des mathématiques .....	267
4. Le nouveau contexte .....	268
4.1. Rythme et fondements des changements technologiques .....	269

**XXVI LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN —**

4.2. Nouvelles possibilités de modélisation : rôles respectifs des ordinateurs et des mathématiques.....	270
4.3. Structures portant l'innovation .....	272
5. Un nouveau schéma .....	273
5.1. Courts-circuits .....	273
5.2. Émergence de cycles intégrant analyse et applications.....	275
6. Obstacles et autres handicaps .....	276
6.1. Hiatus culturels .....	277
6.2. Inadaptation générale de l'évaluation.....	278
7. Quelques perspectives d'action .....	279
7.1. Formation .....	279
7.2. Structures de recherche .....	279
7.3. Changements de culture .....	280
Recommandations .....	283
Recommandations .....	289
<b>Groupe de lecture critique</b> .....	295
Composition du groupe de lecture critique.....	297
Commentaire de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire .....	299
Commentaire de l'Inria .....	303
Commentaire de l'Inspection générale de l'Éducation nationale .....	305
Commentaire du ministère délégué à la Recherche	
Commentaire du Commissariat à l'énergie atomique .....	313
Commentaire de la Société mathématique de France .....	315
Commentaires de l'Union des professeurs de spéciales .....	317
<b>Présentation à l'Académie des sciences</b> .....	321
<i>Alain Connes</i>	
Commentaires d'Olivier Pironneau : Mathématiques et Sciences physiques.....	329